**Bilangan Naturalis (e)**

Definisi : Varian adalah suatu fungsi eksplisit dengan variabel bilangan asli n. Secara simbolis Variant (Cn) = f ( n ).

***Teorema*** Variant Cn = (1 + )n untuk n → mempunyai nilai limit yang terletak diantara 2 dan 3.

**Bukti:**

(1 + )n = 1 + . + (1/n)2+ + . . . +

.

= 1 + . + + + . . . +

.

= 1 + 1 + + + . . . +

= 2 + (1 – 1/n) + (1-1/n)(1-2/n) + . . . + (1-1/n)(1-2/n) . . . (1- )

Untuk n > 1, didapat (1 – 1/n) <1; (1-1/n)(1-2/n) < 1; . . . (1-1/n)(1-2/n) . . . (1- ) < 1.

Sehingga

(1 + )n = 2 + (1 – 1/n) + (1-1/n)(1-2/n) + . . . + (1-1/n)(1-2/n) . . . (1- ) . . . #) menjadi

(1 + )n < 2 + x1 + x 1 + . . . + x 1

Atau

(1 + )n < 2 + + + . . . +

Sedangkan < ; < ; . . . ; <

Dengan demikian

(1 + )n < 2 + + + . . . +

menjadi

(1 + )n < 2 + + + + . . . +

atau

(1 + )n < 1 + 1 + + + + . . . + . . . . . . . 1\*)

Sekarang, perhatikan

1 + + + + . . . +

Deret ini merupakan deret geometri dengan suku awal a = 1 dan rasio r = ½, jumlah suku ke n dari deret ini adalah = 2 –

Pertidaksamaan 1\*) berubah menjadi

(1 + )n < 1 + 2 –

atau

(1 + )n < 3. . . . . . . . 1\*\*)

Dari #) diketahui bahwa (1 + )n > 2. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa

(1 + )n untuk n → mempunyai nilai limit yang terletak diantara 2 dan 3.

Dengan perhitungan yang cukup teliti